JOURNAL DE THÉORIE DES NOMBRES DE BORDEAUX

THONG NGUYEN QUANG DO

Analogues supérieurs du noyau sauvage

Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, tome 4, n° 2 (1992), p. 263-271

<http://www.numdam.org/item?id=JTNB_1992__4_2_263_0>

Séminaire de Théorie des Nombres,
Bordeaux 4 *(1992), 263-271*

Analogues supérieurs du noyau sauvage.

par NGUYEN QUANG DO THONG

0. Introduction

La K-théorie des corps de nombres, initiée par Tate et prolongée par de nombreux auteurs ([Li], [So], [T], ...), recèle beaucoup de résultats arithmétiques importants, certains déjà prouvés, d'autres encore conjecturaux. Deux des conjectures les plus notables sont celles de Quillen [Li] et de Coates-Sinnott [C-S]. Avant de les introduire, fixons quelques notations :

F est une extension finie de $\mathbb{Q}$, p un nombre premier impair, $S = S(F)$ l'ensemble des places de F au dessus de p, $\mathcal{O}_F$ l'anneau des entiers de F, $\mathcal{O}_S = \mathcal{O}_S(F)$ l'anneau des S-entiers de F.

Conjecture de Quillen

(Q_i) Pour tout entier $i \geq 2$, les "caractères de Chern" p-adiques $ch_{i,j}$ sont des isomorphismes :

$$ch_{i,2} \ : \ K_{2i-2}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p \xrightarrow{\sim} H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i))$$
$$ch_{i,1} \ : \ K_{2i-i}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p \xrightarrow{\sim} H^1(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i))$$

Il est connu ([So], [D-F]) que les caractères de Chern p-adiques sont surjectifs, et il résulte de [H-S] que les surjections $ch_{i,1}$ sont scindées. Notons que $ch_{2,1}$ est un isomorphisme d'après [Le], [M-S], ainsi que $ch_{2,2}$ d'après [T], [So].

Conjecture de Coates-Sinnot

(CS_j) Si F est une extension abélienne de $\mathbb{Q}$, alors pour tout entier $j \geq 1$, l'idéal de Stickelberger "tordu" $S_j(F)$ annule le groupe $K_{2j}(\mathcal{O}_F)$.

(Pour une définition de l'idéal $S_j(F)$, voir 2-1 ci-dessous. Notons que (CS_j) généralise le théorème classique de Stickelberger, et (CS_1) est vraie d'après [C-S]).

L'objet de notre travail est double :

Manuscrit reçu le 20 avril 1992, version révisée le 7 septembre 1992.

1) construire une “section de Chern partielle”, plus précisement un homomorphisme $sh_{i,2}$, défini sur un sous-groupe canonique $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ de $H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i))$ à valeurs dans $K_{2i-2}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p$, et tel que $ch_{i,2} \circ sh_{i,2} = Id$. Le groupe $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ n'est autre que le noyau de la localisation

$$H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i)) \to \bigoplus_{v \in S} H^2(F_v, \mathbb{Z}_p(i)),$$

où F_v est le complété de F en v. Pour $i = 2$, il est connu ([Sc], 7-3) que $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(2))$ est la partie p-primaire du “noyau sauvage” de F (= l'intersection dans $K_2(F)$ des noyaux des symboles de Hilbert).

Les groupes $Ш^2_s(\mathbb{Z}_p(i))$ (resp. $sh_{i,2}(Ш^2_s(\mathbb{Z}_p(i)))$) pourraient donc être baptisés <u>noyaux sauvages étales</u> (resp. <u>algébriques</u>) <u>de degré supérieur</u>.

2) en utilisant la théorie d'Iwasawa, montrer dans le cas abélien que l'idéal de Stickelberger tordu $S_j(F)$ annule le noyau sauvage $Ш^2_s(\mathbb{Z}_p(1+j))$.

Nous avons ainsi donné des réponses partielles aux conjectures (Q_i) et (CS_j). Le lecteur attentif remarquera que la construction de la section de Chern partielle $sh_{i,2}$ du §1-2 suivra de très près des méthodes introduites par M. Kurihara [Ku] dans l'étude du corps cyclotomique $F = \mathbb{Q}(\mu_p)$. En fait, le présent travail est issu de discussions que nous avons eues avec M. Kolster sur la prépublication [Ku] pendant les journées de Bielefeld (“Workshop on the Arithmetic of the Wild Kernel”, juillet 1991). Entre temps l'article [Ku] est paru, avec des améliorations dues à l'emploi de la K-théorie étale [D-F].

De plus, B. Kahn, M. Kolster et le rapporteur nous ont signalé que dans une prépublication récente [B2], G. Banaszak traite indépendamment (mais avec des méthodes peut-être un peu plus compliquées) des questions analogues aux nôtres. Pour tenir compte de tous ces développements, nous avons légèrement modifié une première version du présent article.

1. Le noyau sauvage et la section de Chern partielle

Les hypothèses et notations sont les mêmes que dans l'introduction. Précisons que $H^k(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i)) := \varprojlim_n H^k_{\text{ét}}(\text{Spec } \mathcal{O}_S, \mathbb{Z}/p^n(i))$, où $(\cdot)(i)$ désigne le i-ème “tordu” de Tate. Dans la suite, il sera commode d'introduire le groupe de Galois $G_S = G_S(F)$ de l'extension algébrique S-ramifiée maximale de F. Il est connu que $H^k_{\text{ét}}(\text{Spec } \mathcal{O}_S, \mathbb{Z}/p^n(i))$ s'identifie au groupe de cohomologie galoisienne $H^k(G_S, \mathbb{Z}/p^n(i))$, puisque $\mathbb{Z}/p^n(i)$ est un G_S-module fini dont l'ordre est une S-unité. Donc $H^k(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i))$ s'identifie à $H^k(G_S, \mathbb{Z}_p(i)) := \varprojlim_n H^k(G_S, \mathbb{Z}/p^n(i))$.

Dans la suite on utilisera indifféremment l'une ou l'autre de ces notions suivant la commodité du moment.

1-1. Rappels sur la dualité de Poitou - Tate

Les propriétés suivantes résultent, par passage à la limite, des théorèmes classiques de Poitou - Tate (voir par exemple [Sc], 2-4) :

1-1-1. Les noyaux $Ш^1_S(\mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(1-i))$ et $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ des morphismes de localisation

$$H^1(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(1-i)) \to \prod_{v \in S} H^1(F_v, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(1-i))$$

et

$$H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i)) \to \bigoplus_{v \in S} H^2(F_v, \mathbb{Z}_p(i))$$

sont canoniquement duaux, pour tout $i \in \mathbb{Z}$.

1-1-2. Pour tout $i \in \mathbb{Z}$ tel que $H^2(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(i)) = 0$, on a une suite exacte canonique :

$$0 \to Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) \to H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i)) \to \bigoplus_{v \in S} H^0(F_v, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(1-i))^* \to H^0(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(1-i))^* \to 0$$

où $(\cdot)^*$ désigne le dual de Pontryagin.

Remarque :

Si l'on admet que $ch_{2,i}$ est un isomorphisme, la suite précédente peut être considérée comme une analogue, pour K_{2i-2}, de la suite exacte bien connue de Moore pour le K_2.

Pour $i \geq 2$, la finitude des groupes $K_{2i-2}(\mathcal{O}_F)$ entraîne la nullité des groupes $H^2(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(i))$ ([So], §IV 3-2). On en déduit la propriété ([Sc], 5-5) suivante :

1-1-3. Pour $i \geq 2$, $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ est fini, et l'on a un isomorphisme canonique $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) \simeq \operatorname{div} H^1(F, \mathbb{Q}p/\mathbb{Z}_p(i))/ \operatorname{Div} H^1(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(i))$, où div $(\cdot)$ (resp. Div $(\cdot)$) désigne le sous-groupe des éléments de hauteur infinie (resp. le sous-groupe divisible maximal).

1-2. Construction de la section de Chern partielle

Pour toute place v non archimédienne de F, on notera $k(v)$ le corps résiduel correspondant. Pour tout entier $n \geq 1$, on a le diagramme commutatif suivant ([So], §IV 3-3), dont les lignes sont exactes :

$$\begin{array}{ccccccc}
K_{2i-1}(F,\mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & \bigoplus_{v\notin S} K_{2i-2}(k(v),\mathbb{Z}/p^n) & \xrightarrow{\delta_n} & K_{2i-2}(\mathcal{O}_S,\mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & K_{2i-2}(F,\mathbb{Z}/p^n) \\
{\scriptstyle\alpha_n}\downarrow & & {\scriptstyle\beta_n}\downarrow & & {\scriptstyle\gamma_n}\downarrow & & \downarrow \\
H^1(F,\mathbb{Z}/p^n(i)) & \longrightarrow & \bigoplus_{v\notin S} H^0(k(v),\mathbb{Z}/p^n(i-1)) & \xrightarrow{\varepsilon_n} & H^2(\mathcal{O}_S,\mathbb{Z}/p^n(i)) & \xrightarrow{\eta_n} & H^2(F,\mathbb{Z}/p^n(i)).
\end{array}$$

Dans la ligne supérieure, les $K_*(\cdot\ ,\mathbb{Z}/p^n)$ sont les groupes de K-théorie à coefficients de Browder-Karoubi ([So], §II 2-1). La ligne inférieure est la suite exacte de localisation en cohomologie étale ([So], §III 3-1-3). Les morphismes verticaux sont ceux construits par Soulé [So] et Dwyer et Friedlander [D-F]. Ils se factorisent à travers la K-théorie étale : on sait que

$$K^{\text{ét}}_{2i-1}(F,\mathbb{Z}/p^n) \simeq H^1(F,\mathbb{Z}/p^n(i)),$$

$$K^{\text{ét}}_{2i-2}(k(v),\mathbb{Z}/p^n) \simeq H^0(k(v),\mathbb{Z}/p^n(i-1))$$

$$\text{et } K^{\text{ét}}_{2i-2}(\mathcal{O}_S,\mathbb{Z}/p^n) \simeq H^2(\mathcal{O}_S,\mathbb{Z}/p^n(i)), (\text{ [D-F]}, 5.2);$$

de plus, d'après [D-F], section 8, α_n est surjectif et β_n bijectif. Donc γ_n induit un isomorphisme de $Im\ S_n$ sur $Im\ \varepsilon_n$. Or :

1-2-1. LEMME. $\varprojlim Im\ \varepsilon_n = Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$

En effet, si l'on considère la ligne inférieure comme étant formée de groupes de cohomologie galoisienne, alors η_n n'est autre que l'inflation de $H^2(G_S,\mathbb{Z}/p^n(i))$ dans $H^2(F,\mathbb{Z}/p^n(i))$ (cela résulte par exemple de [So], lemme 4). En localisant, on obtient un carré commutatif :

$$\begin{array}{ccc}
H^2(G_S,\mathbb{Z}/p^n(i)) & \xrightarrow{\eta_n=\inf} & H^2(F,\mathbb{Z}/p^n(i)) \\
{\scriptstyle\rho_n^S}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle\rho_n} \\
\bigoplus_{v\in S} H^2(F_v,\mathbb{Z}/p^n(i)) & \longrightarrow & \bigoplus_{v} H^2(F_v,\mathbb{Z}/p^n(i)).
\end{array}$$

La flèche horizontale inférieure n'est autre que l'injection canonique : en effet, pour $v \notin S$, $\rho_n \circ \eta_n$ se factorise à travers $H^2(F_v^{nr}/F_v, \mathbb{Z}/p^n(i))$, où F_v^{nr} est l'extension non ramifiée maximale de F_v, et l'on sait que ce groupe de cohomologie est nul. De plus, la localisation ρ_n est injective : si F trivialise $\mu_{p^n}^{\otimes i}$, c'est bien connu; sinon, il suffit de faire une extension convenable et d'appliquer un théorème de descente galoisienne ([Ka], théorème 1). Une simple chasse dans le diagramme montre alors que Ker $\eta_n =$ Ker ρ_n^S, donc $\varprojlim Im\ \varepsilon_n = \text{Ш}^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$.

On a ainsi fabriqué un morphisme $sh_{i,2} = \text{Ш}^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) \xrightarrow{\sim} \varprojlim Im\ \delta_n$ tel que $ch_{i,2} \circ sh_{i,2} = Id$, avec $ch_{i,2} = \varprojlim \gamma_n$.

1-2-2. THÉORÈME.

Pour tout entier $i \geq 2$, on a un morphisme canonique $sh_{i,2}$:

$$\text{Ш}^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) \to K_{2i-2}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p$$

tel que $ch_{i,2} \circ sh_{i,2} = Id$. De plus, l'image de $\text{Ш}^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ par $sh_{i,2}$ est le sous-groupe div $(K_{2i-2}(F) \otimes \mathbb{Z}_p)$ *formé des éléments de hauteur infinie dans $K_{2i-2}(F) \otimes \mathbb{Z}_p$.*

Preuve :

Il reste seulement à démontrer la dernière assertion, qui est en fait contenue implicitement dans [B2], II §1, théorème 3. L'argument de [B2] suppose que le corps F est totalement réel, mais il est valable en général; nous le reprenons ici pour la commodité du lecteur : considérons $Im\ \delta_n$ dans le diagramme commutatif du paragraphe 1-2 qui a servi à construire la section partielle $sh_{i,2}$. Nous avons : $Im\ \delta_n =$ Ker $(K_{2i-2}(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}/p^n) \to K_{2i-2}(F, \mathbb{Z}/p^n))$. Or, par définition de la K-théorie à coefficients, nous avons un diagramme commutatif aux lignes exactes :

$$\begin{array}{ccccccc}
\longrightarrow K_{2i-2}(\mathcal{O}_S)/p^n & \longrightarrow & K_{2i-2}(\mathcal{O}_s, \mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & {}_{p^n} K_{2i-3}(\mathcal{O}_S) & \longrightarrow & 0 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
\longrightarrow K_{2i-2}(F)/p^n & \longrightarrow & K_{2i-2}(F, \mathbb{Z}/p^n) & \longrightarrow & {}_{p^n} K_{2i-3}(F) & \longrightarrow & 0.
\end{array}$$

Comme $K_{2i-2}(\mathcal{O}_S)$ est fini, en prenant n assez grand, on peut remplacer $K_{2i-2}(\mathcal{O}_S)/p^n$ par $K_{2i-2}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p$. De plus, pour $i > 2, K_{2i-3}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p$

est isomorphe à $K_{2i-3}(F) \otimes \mathbb{Z}_p$, donc la dernière flèche verticale est un isomorphisme. Il en résulte que $Im\ \delta_n = (K_{2i-2}(\mathcal{O}_S) \otimes \mathbb{Z}_p) \cap K_{2i-2}(F)^{p^n}$.

Pour $n >> 0$, ce dernier groupe n'est autre que $\operatorname{div}(K_2(F) \otimes \mathbb{Z}_p)$.

Pour $i = 2$, il n'y a rien à montrer, puisque $ch_{2,2}$ est un isomorphisme et que $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(2)) \simeq \operatorname{div} H^1(F, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(2))/ \operatorname{Div} H^1(G_S, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(2))$ d'après le rappel 1-1-3.

Remarques :

i) On peut montrer comme dans [Ku], corollaire 1-3, que, pour $i \geq 2$:

$$
\begin{aligned}
Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) &\simeq Ker\left(H^2_{\text{cont}}(F, \mathbb{Z}_p(i))_{\text{tors}} \to \varprojlim_n H^2(F, \mathbb{Z}/p^n(i))\right) \\
&\simeq \left(\varprojlim_n{}^1 H^1(F, \mathbb{Z}/p^n(i))\right)_{\text{tors}}
\end{aligned}
$$

ii) La taille de $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ relativement à $H^2(\mathcal{O}_S,\ \mathbb{Z}_p(i))$ est donnée par la suite exacte de 1-1-2. Si S se réduit à une seule place qui ne se décompose dans $F(\mu_{p^\infty})$, alors $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) = H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(i))$: c'est le cas particulier considéré par Kurihara ([Ku], 3.1).

iii) Si F est totalement réel et i est pair, les conjectures de Lichtenbaum, [Li], sous leur forme cohomologique (qui sont vraies, d'après le théorème principal de la théorie d'Iwasawa [W]) donnent l'ordre de $Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i))$ ([Sc], §8) :

$$
\sharp Ш^2_S(\mathbb{Z}_p(i)) = \left| \frac{w_i(F).\xi_F(1-i)}{\prod_{v \in S} w_{1-i}(F_v)} \right|_p^{-1}
$$

, où, comme d'habitude, $w_j(\cdot)$ désigne l'ordre de $H^0(\cdot, \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(j))$.

2. Annulation par l'idéal de Stickelberger

Dans ce paragraphe F est abélien sur $\mathbb{Q}$, de groupe de Galois G, de conducteur f.

2-1. Rappels sur les idéaux de Stickelberger "tordus" (voir [C-S])

Soit j un entier ≥ 0. Pour tout entier $l \geq 1$, tel que $(l, f) = 1$, Coates et Sinnott définissent un élément de Stickelberger $S_j(b) \in \mathbb{Z}[G]$ par :

$$S_j(b) = w_{j+1}(\mathbb{Q})(b^{j+1} - (b, F)) \sum_{\substack{a \bmod f \\ (a,f)=1}} \zeta_j(a, -j)(a, F)^{-1},$$

où $(\cdot, F)$ est le symbole d'Artin et $\zeta_j(a, s)$ est la fonction zéta partielle de a mod f. L'idéal de Stickelberger $S_j(F)$ est l'idéal de $\mathbb{Z}[G]$ engendré par les éléments $S_j(b)$, $(b, f) = 1$. Comme $S_j(b) = 0$ pour j pair, la conjecture (CS_j) énoncée dans l'indroduction n'a d'intérêt que pour j impair.

2-2. THÉORÈME.

Pour F abélien sur $\mathbb{Q}$, pour $j \geq 1$, l'idéal $S_j(F)$ annule $H^2(\mathcal{O}_S, \mathbb{Z}_p(1+j))$ (donc aussi $Ш^2_S(1+j)$).

Preuve :

Nous ferons la démonstration seulement dans le cas où F est totalement réel, le cas totalement imaginaire s'y ramenant par des arguments standard (pour des détails, voir [C-S], p. 159). Comme d'habitude, introduisons l'extension cyclotomique $F_\infty = F(\mu_{p^\infty}) = \bigcup_{n \geq 0} F_n$, et posons $\Gamma =$ Gal (F_∞/F). Pour tout entier $n \geq 0$, notons A_n le p-groupe de classes de F_n, et $A_\infty = \varinjlim A_n$. Les groupes de Galois Γ et G opèrent naturellement sur les A_n et sur A_∞. Nous désignerons par $M^\pm$ les sous-modules d'un module M sur lequels "la" conjugaison complexe opère par ± 1. Rappelons sous forme de lemme des résultats fondamentaux de [C] et [C-S] :

2-3. LEMME.

Supposons F totalement réel. Alors :

i) $K_2(\mathcal{O}_F) \otimes \mathbb{Z}_p$ est canoniquement isomorphe à $(A^-_\infty(1))^\Gamma$.

ii) $S_j(F)$ annule $(A^-_\infty(j))^\Gamma$, pour tout entier $j \geq 1$.

Pour nos besoins, il est préférable de donner une expression cohomologique à $(A^-_\infty(j))^\Gamma$ (c'était d'ailleurs le point de départ de [C]).

2-4. LEMME. *(voir aussi [C] , III)*

Supposons F totalement réel. Pour tout entier impair j, on a un isomorphisme canonique : $(A_\infty^-(j))^\Gamma \simeq H^2(G_S, \mathbb{Z}_p(1+j))$.

Preuve du lemme :

Prenons $k \geq 2$, on sait que $H^2(G_S(F), \mathbb{Z}_p(k))$ est fini, donc est canoniquement isomorphe à $H^1(G_S(F), \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k))/$ Div. Or pour k pair, on a $\mathrm{Div} H^1(G_S(F), \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k)) = 0$ ([Sc], 4-6). De plus, en vertu du lemme de Tate ([Sc], 2-8) et de $\mathrm{cd}_p\Gamma = 1$, on a :

$$H^1(G_S(F), \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k)) \simeq H^1(G_S(F_\infty), \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k))^\Gamma$$

par inflation. Soit U_∞ le goupe des unités de F_∞. La suite exacte de Kummer "tordue" s'écrit :

$$0 \to U_\infty \otimes \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k-1) \to H^1(G_S(F_\infty), \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p)(k) \to A_\infty(k-1) \to 0.$$

Pour $k \neq 1$, le lemme de Tate entraîne que $H^1(\Gamma, U_\infty \otimes \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p(k-1)) = 0$, d'où une suite exacte obtenue à partir de la précédente en prenant les points fixes.

De plus, $H^0(\Gamma, X(j)) = H^0(\Gamma, X^-(j))$ pour tout Γ-module X et pour tout entier j impair, et $(U_\infty \otimes \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p)^- = 0$, ce qui prouve le lemme.

Les lemmes 2-3 ii) et 2-4 montrent que $S_j(F)$ annule $H^2(G_S, \mathbb{Z}_p(1+j))$ donc aussi $\text{Ш}_S^2(\mathbb{Z}_p(1+j))$, ce qui termine la démonstration du théorème 2-2.

Remarques :

i) Le théorème 2-2 montre que (Q_{j+1}) entraîne (CS_j).

ii) Dans [B1], G. Banaszak montre que $jS_j(F)$ annule div $K_{2j}(F)$, à la partie 2-primaire près.

RÉFERENCES

[B1] G. BANASZAK, *Algebraic K-theory of number fields, rings of integers, and the Stickelberger ideal*, Ann. of Math. **135** (1992), 325–360.

[B2] G. BANASZAK, *Generalization of the Moore exact sequence and the wild Kernel for higher K-groups*, preprint (1992).

[C] J. COATES, *On K_2 and some classical conjectures in algebraic number theory*, Ann. of Math. **95** (1972), 99–116.

[C-S] J. COATES & W. SINNOTT, *An analogue of Stickelberger's theorem for the higher K-groups*, Invent. math. **24** (1974), 149–161.

[D-F] W. DWYER & E. FRIEDLANDER, *Algebraic and étale K-theory*, Trans. Amer. Math. Soc. **292, n°1** (1985), 247–280.

[H-S] B. HARRIS & G. SEGAL, *K_i of rings of algebraic integers*, Ann. of Math. **101** (1975), 20–33.

[Ka] B. KAHN, *Deux théorèmes de comparaison en cohomologie, applications*, prépublication (1991).

[Ku] M. KURIHARA, *Some remarks on conjectures about cyclotomic fields and K-groups of $\mathbb{Z}$*, Compos. Math. **81** (1992), 223–236.

[Le] M. LEVINE, *The indecomposable K_3 of a field*, Ann. Sci. ENS **22** (1989), 255–344.

[Li] S. LICHTENBAUM, *Values of zeta functions, étale cohomology, and algebraic K-theory, in "Algebraic K-theory II"*, Springer Lecture Notes in Math., **342** (1973).

[M-S] A. S. MERKURJEV & A. A. SUSLIN, *On the K_3 of a field*, Math. USSR Izv. **36** (1990), 541–565.

[Sc] P. SCHNEIDER, *Über gewisse Galoiscohomologiegruppen*, Math. Zeit. **168** (1979), 181–205.

[So] C. SOULÉ, *K-théorie des anneaux d'entiers de corps de nombres et cohomologie étale*, Invent. math. **55** (1979), 251–295.

[T] J. TATE, *Relations between K_2 and Galois cohomology*, Invent. math. **36** (1976), 257–274.

[W] A. WILES, *The Iwasawa conjecture for totally real fields*, Ann. of Math. **131** (1990), 493–540.

U.A. 741 du C.N.R.S.
Laboratoire de Mathématiques
Faculté des Sciences de Besançon
F-25030 BESANÇON Cedex